Introduction à l'analyse pour mathématiciens et physiciens – été 2019

Niveau(x)

Ce cours est divisé en deux niveaux séparés. La présente fiche de cours s'adresse aux futurs étudiants en mathématiques et physique.

Enseignant(s)

Olivier Simon

Résumé

Le cours d'introduction à l'analyse aborde les concepts fondamentaux de l'analyse. Différents types de démonstration seront abordés, plus spécifiquement appliquées aux suites réelles. La matière abordée correspond à la matière abordée lors de la première moitié du cours « Analyse avancée 1 » de l'EPFL.

Contenu

1 LOGIQUE ET DÉMONSTRATIONS
1.1 Quantificateurs
1.3 Implications logiques
Complément : sommations (niveau 1 uniquement)
2 NOMBRES
2.1 Coupure
2.2 Construction des nombres
2.3 Ensemble dénombrable
2.4 Intervalles
2.5 Ensembles bornés
2.6 Inégalités triangulaires dans R
3 SUITES RÉELLES
3.1 Définition, convergence et divergence
3.2 Bornes et monotonie
3.3 Exemples
3.4 Critères de convergence
3.5 Sous-suites (niveau 2 uniquement)
3.6 Suite de Cauchy (niveau 2 uniquement)
Complément : calcul de limite sans formalisme (niveau 1 uniquement)

Objectifs

Objectif général : le but pour les étudiants du cours est de développer leur esprit déductif et leur rigueur à travers des applications conceptuellement complexes.

Objectifs spécifiques : à la fin du cours, les étudiants seront capables de :

- Utiliser une notation mathématique rigoureuse, en utilisant les quantificateurs adéquats.
- Démontrer des propositions (générales ou appliquées à un exemple concret) ou théorèmes (vus en cours ou non) en utilisant une démonstration directe, par l'absurde, par récurrence ou par double dénombrement.

- Structurer clairement et avec rigueur ses démonstrations de telles sortent qu'elles soient compréhensibles et sans failles.
- Utiliser des implications logiques et leur contraposée pour démontrer des propositions.
- Mettre en relation l'axiome de Dedekind et la construction des nombres réels.
- Démontrer si un ensemble donné est dénombrable.
- Démontrer si un intervalle est ouvert et/ou fermé
- Démontrer si un ensemble est majoré / minoré / borné, le cas échéant déterminer son supremum / infimum, le démontrer, déterminer s'il s'agit d'un maximum / minimum.
- Utiliser les inégalités triangulaires
- Définir la notion de suite, de convergence, de limite supérieure et inférieure
- Démontrer qu'une suite donnée converge et calculer sa limite ou qu'elle diverge, en utilisant la définition de la convergence où les critères démontrés en cours (monotone & borné, des deux gendarmes, de D'Alembert, de la lim sup/inf)
- Définir et utiliser des sous-suites
- Définir et utiliser les suites de Cauchy
- Utiliser des sommations, y compris les simplifier en effectuant des changements d'indices.

Note : le fait de maîtriser les définitions et théorèmes vus en cours (pas les apprendre par cœur mais comprendre ce que les définitions signifient, pourquoi un théorème est utile et refaire soi-même les démonstrations) est sous-entendu et nécessaire dans la plupart des objectifs ci-dessus.

Prérequis

Aucun prérequis autre que la maîtrise des manipulations algébriques de bases (factorisation, résolutions d'équations, etc.) n'est nécessaire.

Méthode d'enseignement

Cours ex-cathedra et exercices (résolution à la maison et au cours, correction avec l'enseignant et avec des corrigés écrits).

Travail attendu

Participation active au cours, résolutions des exercices au cours et à la maison, relecture du cours à la maison, participation à l'examen final. La matière étant particulièrement exigeante, un travail régulier semble indispensable (compter au moins une heure à la maison pour une heure de cours).

Evaluation indicative

Examen écrit de 3 heures.

Ressources

- Polycopié PDF (*INTRODUCTION À L'ANALYSE RÉELLE*, Olivier Simon, 2013)
- Exercices PDF et leurs corrigés PDF (corrigés disponibles au fur et à mesure)
- Tous les PDF seront mis à disposition sur moodle (à imprimer soi-même)
- Bibliographie complémentaire :
    - RAPPAZ Jacques, *Calcul différentiel et intégral – Notes de cours*, polycopié EPFL - section de mathématiques, 2010.

- CHABLOZ Philippe, *Cours d'Analyse I et II*, polycopié EPFL – sections Microtechnique & Science et génie des matériaux, 2011.
- DOUCHET Jacques Douchet & ZWAHLEN Bruno, *Calcul différentiel et intégral*, PPUR, 2011.
- STUART Charles Alexander, *Analyse I & II pour ingénieurs - semestre 1*, polycopié EPFL, deuxième édition.

Préparation pour

Bachelor en : mathématiques, physique

Intéressant également pour philosophie

Contact

info@cours-ne.ch